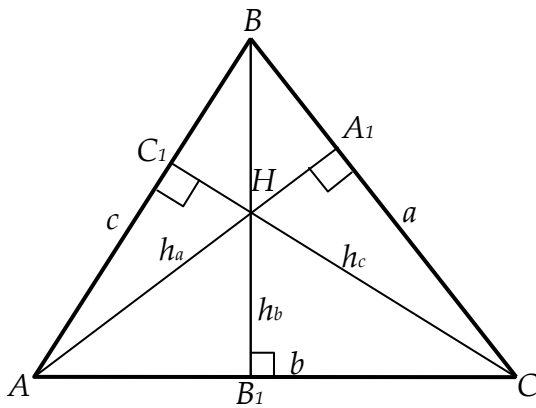


Треугольник



$AA_1; BB_1; CC_1$ – высоты $\triangle ABC$

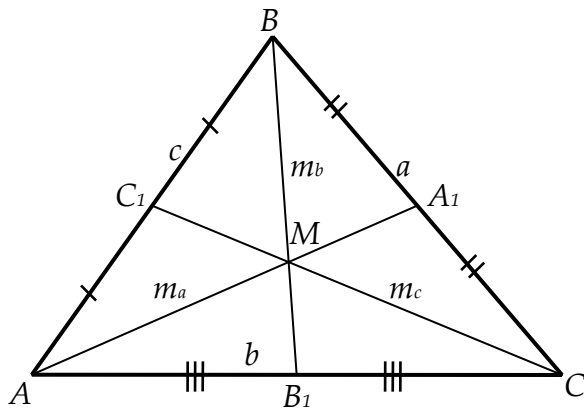
$$AA_1 = h_a; \quad BB_1 = h_b; \quad CC_1 = h_c$$

H – ортоцентр $\triangle ABC$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}; \quad h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

r – радиус вписанной окружности

$$h_a = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}$$



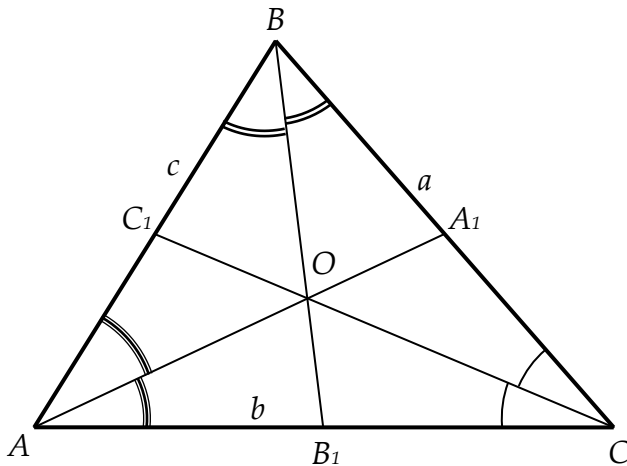
$AA_1; BB_1; CC_1$ – медианы $\triangle ABC$

$$AM : MA_1 = BM : MB_1 = CM : MC_1 = 2 : 1$$

M – центр тяжести $\triangle ABC$

$$AA_1 = m_a; \quad BB_1 = m_b; \quad CC_1 = m_c$$

$$AA_1 = m_a = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$$



Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{CA_1}{A_1B} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow CA_1 = \frac{ab}{b+c}$$

$$A_1B = \frac{ac}{b+c}; \quad \frac{AO}{OA_1} = \frac{b+c}{a}$$

O – центр вписанной окружности

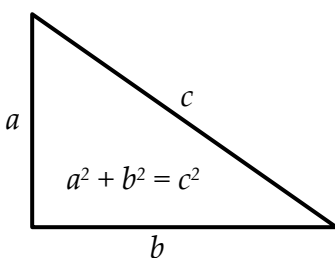
$$AA_1^2 = AB \cdot AC - A_1B \cdot A_1C$$

$$AA_1 = \frac{2\sqrt{bc((b+c)^2 - a^2)}}{b+c}$$

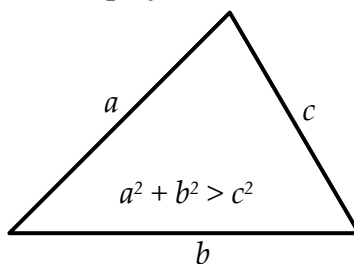
$AA_1; BB_1; CC_1$ – биссектрисы $\triangle ABC$

Сумма углов треугольника равна 180°

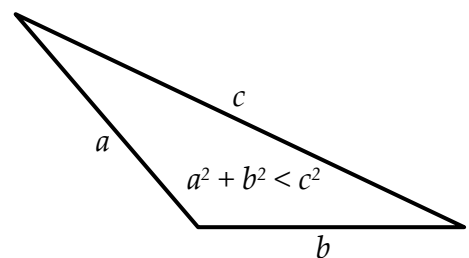
Прямоугольный



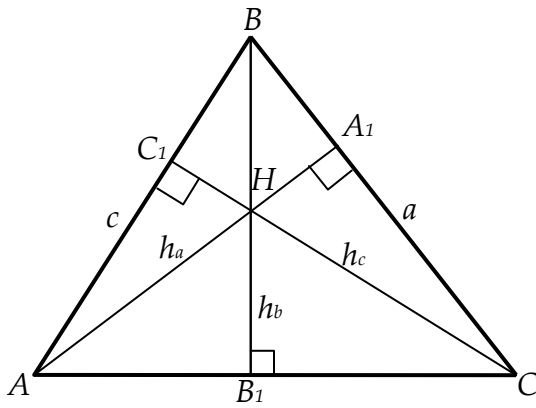
Остроугольный



Тупоугольный



Треугольник



$$p = \frac{1}{2}(a + b + c) - \text{полупериметр}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} - \text{формула Герона}$$

$$S_{\Delta} = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$$

$$S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}; \quad S_{\Delta} = rp$$

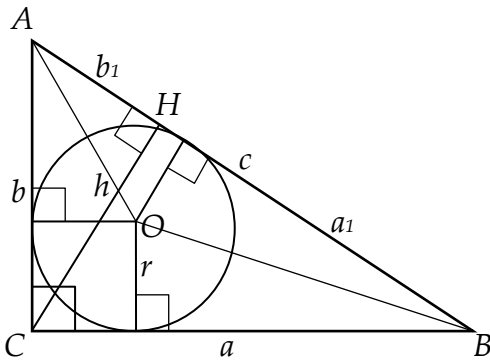
r – радиус вписанной окружности, центр которой – точка пересечения биссектрис;
 R – радиус описанной окружности, центр которой точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}$$

Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Прямоугольный треугольник



Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$

$AH = b_1$; $BH = a_1$ – проекции катетов на гипотенузу

$$a^2 = a_1 \cdot c; \quad b^2 = b_1 \cdot c; \quad h^2 = a_1 \cdot b_1; \quad h = \frac{ab}{c}; \quad h = \frac{a_1 b}{a}; \quad h = \frac{a b_1}{b}$$

$$\sin A = \frac{a}{c}; \quad \cos A = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$$

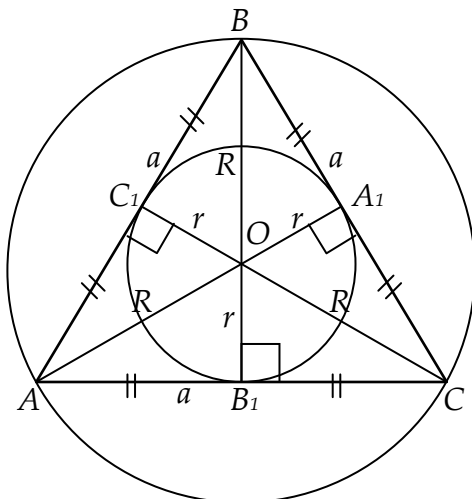
$$\sin B = \frac{b}{c}; \quad \cos B = \frac{a}{c}; \quad \operatorname{tg} B = \frac{b}{a}$$

$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$; $R = \frac{c}{2}$ – радиус описанной окружности с центром в середине гипотенузы

$$r = \frac{a+b-c}{2} - \text{радиус вписанной окружности}$$

$$2(R+r) = a+b \quad \text{или} \quad 2R = a+b-2r$$

Равносторонний треугольник



$$AB = BC = AC = a$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

AA_1, BB_1, CC_1 – медианы, высоты, биссектрисы
 Центры вписанной и описанной окружностей совпадают в точке пересечения медиан O.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad S_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4};$$

$$R = 2r = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}h; \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$