

Корень n -ой степени и его свойства

Корнем n -й степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень n получается число a .

$$\sqrt[n]{a} = b, \quad b^n = a, \quad \text{где } a \geq 0, \quad b \geq 0, \quad n \in N, \quad n > 1$$

Число a называют *подкоренным числом*, а число n – *показателем корня*

Свойства корня n -ой степени (для $n \in N, k \in N, n > 1, k > 1$)

$$1^\circ \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}, \quad \text{где } a \geq 0, \quad b \geq 0$$

$$2^\circ \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad \text{где } a \geq 0, \quad b > 0$$

$$3^\circ \quad \left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}, \quad \text{где } a \geq 0$$

$$4^\circ \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, \quad \text{где } a \geq 0$$

$$5^\circ \quad \sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad \text{где } a \geq 0$$

$$6^\circ \quad \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n - \text{четно} \\ a, & n - \text{нечетно} \end{cases}$$

$$7^\circ \quad \sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}, \quad n - \text{нечетно}$$

$$8^\circ \quad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad \text{где } a \geq 0$$

Вычисление производной

$$\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)' = \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n} x^{\frac{1-n}{n}} = \frac{1}{n} \sqrt[n]{x^{1-n}} = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

Формула сложного радикала

$$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}} = \sqrt{a + \sqrt{b}}$$

Степени

Степень с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n, \quad n \in N, \quad a \in R$$

Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^{\frac{p}{q}}}, \quad \text{где } a \geq 0, \quad q \in N, \quad p \in Z$$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in Q, k \in Q$)

$$1^\circ \quad a^0 = 1, \quad \text{где } a \neq 0$$

$$2^\circ \quad a^1 = a$$

$$3^\circ \quad a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad \text{где } a \neq 0$$

$$4^\circ \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \text{где } a \neq 0$$

$$5^\circ \quad a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$6^\circ \quad \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, \quad \text{где } a \neq 0$$

$$7^\circ \quad (a^n)^k = a^{nk}$$

$$8^\circ \quad a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$9^\circ \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \quad \text{где } b \neq 0$$

$$10^\circ \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \quad \text{где } a \neq 0, \quad b \neq 0$$

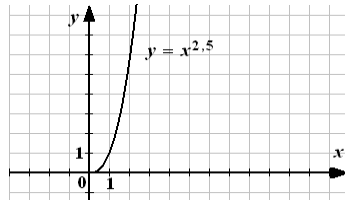
Вычисление производной

$$(x^r)' = rx^{r-1}, \quad x > 0, \quad r \in Q$$

Степенные функции $y = x^r$, $r \in \mathbb{Q}$ (r – любое рациональное число)

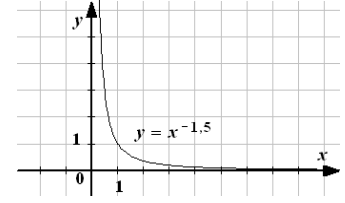
I. Свойства функции $y = x^r$, $r \in \mathbb{Q}$, $r > 1$

1. $D(y) = [0; +\infty)$.
2. $E(y) = [0; +\infty)$.
3. Функция ни четная, ни нечетная.
4. а) Нули функции: $(0; 0)$.
б) Точка пересечения с Оу: $(0; 0)$.
5. $[0; +\infty)$ – промежуток возрастания функции;
6. Ограничена снизу, не ограничена сверху.
7. а) $y_{\text{наим.}} = 0$;
б) $y_{\text{наиб.}}$ – не существует.
8. Непрерывна на множестве $[0; +\infty)$.
9. Выпукла вниз.



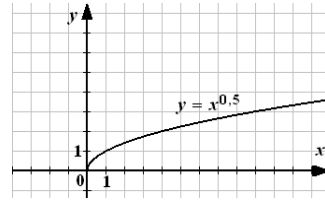
III. Свойства функции $y = x^r$, $r \in \mathbb{Q}$, $r < 0$

1. $D(y) = (0; +\infty)$.
2. $E(y) = (0; +\infty)$.
3. Функция ни четная, ни нечетная.
4. а) Нули функции: нет.
б) Точка пересечения с Оу: нет.
5. $(0; +\infty)$ – промежуток убывания функции.
6. Ограничена снизу, не ограничена сверху.
7. а) $y_{\text{наим.}}$ – не существует; б) $y_{\text{наиб.}}$ – не существует.
8. Непрерывна на множестве $[0; +\infty)$.
9. Выпукла вниз.

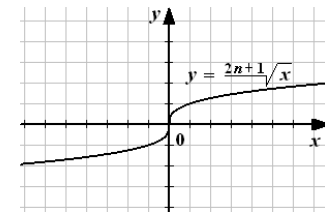
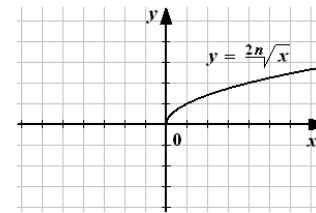


II. Свойства функции $y = x^r$, $r \in \mathbb{Q}$, $0 < r < 1$

1. $D(y) = [0; +\infty)$.
2. $E(y) = [0; +\infty)$.
3. Функция ни четная, ни нечетная.
4. а) Нули функции: $(0; 0)$.
б) Точка пересечения с Оу: $(0; 0)$.
5. $[0; +\infty)$ – промежуток возрастания функции;
6. Ограничена снизу, не ограничена сверху.
7. а) $y_{\text{наим.}} = 0$;
б) $y_{\text{наиб.}}$ – не существует.
8. Непрерывна на множестве $[0; +\infty)$.
9. Выпукла вверх.



IV. Графики степенных функций вида $y = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbb{N}$



V. Графики степенных функций с целым показателем ($n \in \mathbb{N}$)

