

| Первообразная, $F(x)$                                             | Функция, $f(x)$              | Производная, $f'(x)$                    |
|-------------------------------------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------|
| $Ax + C, A \in R$                                                 | $A \text{ (const)}, A \in R$ | $0$                                     |
| $\frac{kx^2}{2} + bx + C$                                         | $kx + b, k \in R, b \in R$   | $k, k \in R$                            |
| $\frac{x^3}{3} + C$                                               | $x^2$                        | $2x$                                    |
| $\frac{x^4}{4} + C$                                               | $x^3$                        | $3x^2$                                  |
| $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$                                         | $x^n, n \in N$               | $nx^{n-1}, n \in N$                     |
| $\ln x  + C$                                                      | $\frac{1}{x}$                | $-\frac{1}{x^2}$                        |
| $\frac{1}{(-n+1)x^{n-1}} + C, n \in N$                            | $\frac{1}{x^n}, n \in N$     | $-\frac{n}{x^{n+1}}, n \in N$           |
| $\frac{n\sqrt[n]{x^{n+1}}}{n+1} + C, n \in N$                     | $\sqrt[n]{x}, n \in N$       | $\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}, n \in N$ |
| $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$                                        | $\sqrt{x}$                   | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$                   |
| $2\sqrt{x} + C$                                                   | $\frac{1}{\sqrt{x}}$         | $-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$                 |
| $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \in R, \alpha \neq -1$ | $x^\alpha, \alpha \in R$     | $\alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in R$     |
| $-\cos x + C$                                                     | $\sin x$                     | $\cos x$                                |
| $\sin x + C$                                                      | $\cos x$                     | $-\sin x$                               |
| $-\ln(\cos x) + C$                                                | $\operatorname{tg} x$        | $\frac{1}{\cos^2 x}$                    |
| $\ln(\sin x) + C$                                                 | $\operatorname{ctg} x$       | $-\frac{1}{\sin^2 x}$                   |
| $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$                           | $\cos^2 x$                   | $-\sin 2x$                              |
| $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$                           | $\sin^2 x$                   | $\sin 2x$                               |
| $e^x + C$                                                         | $e^x$                        | $e^x$                                   |
| $\frac{a^x}{\ln a} + C$                                           | $a^x$                        | $a^x \ln a$                             |
| $x \ln x - x + C$                                                 | $\ln x$                      | $\frac{1}{x}$                           |
| $\frac{1}{\ln a}(x \ln x - x) + C$                                | $\log_a x$                   | $\frac{1}{x \ln a}$                     |
| $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$                                  | $\arcsin x$                  | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$                |
| $x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$                                  | $\arccos x$                  | $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$               |
| $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$           | $\operatorname{arctg} x$     | $\frac{1}{1+x^2}$                       |
| $x \operatorname{arcctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$          | $\operatorname{arcctg} x$    | $-\frac{1}{1+x^2}$                      |

## Правила дифференцирования

$$1. \quad (u + v)' = u' + v';$$

$$2. \quad (Cu)' = C \cdot u';$$

$$3. \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v';$$

$$4. \quad \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2};$$

$$5. \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}.$$

## Производная сложной функции

$$(h(f(x)))' = h'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной (тангенсу угла  $\alpha$ ), проведенной к графику функции в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

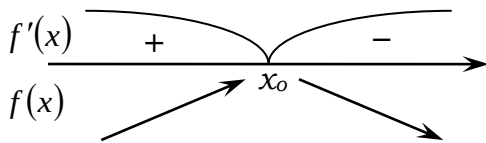
**Уравнение касательной к графику функции  $f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ :**

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

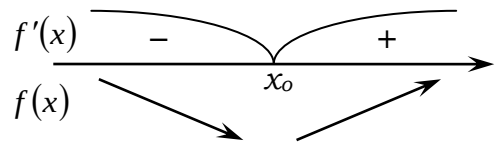
Физический смысл производной состоит в том, что производная от координаты по времени есть мгновенная скорость:

$$v(t) = s'(t)$$

Если в точке  $x_0$  производная функции  $f(x)$  меняет знак с «+» на «-», то  $x_0$  – точка максимума функции  $f(x)$ .



Если в точке  $x_0$  производная функции  $f(x)$  меняет знак с «-» на «+», то  $x_0$  – точка минимума функции  $f(x)$ .



## Первообразная. Интеграл

Функцию  $F(x)$  называют первообразной для функции  $f(x)$  на интервале  $(a; b)$ , если на нем производная функции  $F(x)$  равна  $f(x)$ :  $F'(x) = f(x)$ .

Операцию, обратную дифференцированию называют интегрированием.

Три правила нахождения первообразных:

1° Если  $F(x)$  есть первообразная для  $f(x)$ , а  $G(x)$  – первообразная для  $g(x)$ , то  $F(x) + G(x)$  есть первообразная для  $f(x) + g(x)$ .

2° Если  $F(x)$  есть первообразная для  $f(x)$ , а  $k$  – постоянная, то функция  $kF(x)$  есть первообразная для  $kf(x)$ .

3° Если  $F(x)$  есть первообразная для  $f(x)$ , а  $k$  и  $b$  – постоянные, причем  $k \neq 0$ , то функция  $\frac{1}{k}F(kx + b)$  есть первообразная для  $f(kx + b)$ .

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a) - \text{формула Ньютона-Лейбница.}$$

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, образованной линиями: сверху ограниченной кривой  $y = f(x)$ , и прямыми  $y = 0$ ;  $x = a$ ;  $x = b$ .

