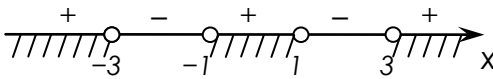
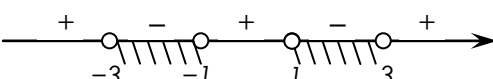
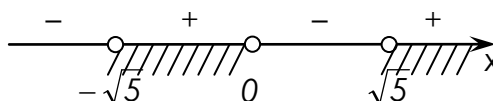
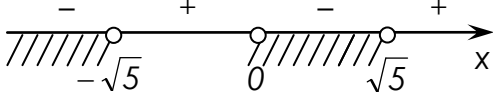
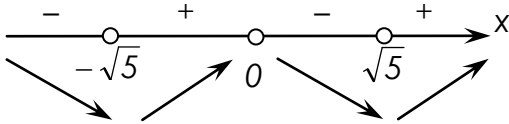
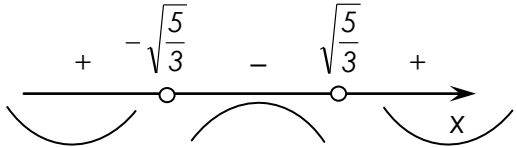


Алгоритм исследования функции

№	Свойства функции	$y = f(x)$	<u>Пример:</u> $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$
1	<u>Область определения</u>	$D(f)$	$D(f(x)) = R$
2	<u>Множество значений</u>	$E(f)$	$E(f(x)) = [-16; +\infty)$
3	<u>Четность</u>	а) $f(-x) = -f(x)$ – нечетная б) $f(-x) = f(x)$ – четная	$f(-x) = (-x)^4 - 10(-x)^2 + 9 = x^4 - 10x^2 + 9$ – четная
4	<u>Периодичность:</u>	$f(x+T) = f(x)$, где T – период функции	Не периодическая
5	<u>Точки пересечения с осями координат:</u>	а) с осью Ox $f(x) = 0$ б) с осью Oy : $f(0)$	а) Нули функции: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0, \quad x^2 = t, \quad t \geq 0$ $t^2 - 10t + 9 = 0$ $\begin{cases} t_1 = 9 & \begin{cases} x_1 = 3 & (3; 0) \\ x_2 = -3 & (-3; 0) \end{cases} \\ t_2 = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 & (1; 0) \\ x_4 = -1 & (-1; 0) \end{cases} \end{cases}$ б) $f(0) = 0^4 - 10 \cdot 0^2 + 9 = 9 \quad (0; 9)$
6	<u>Промежутки знакопостоянства:</u>	а) $f(x) > 0$ б) $f(x) < 0$	а) $f(x) > 0$: $x^4 - 10x^2 + 9 > 0$ $(x-3)(x+3)(x-1)(x+1) > 0$  $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$ б) $f(x) < 0$: $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$ $(x-3)(x+3)(x-1)(x+1) < 0$  $x \in (-3; -1) \cup (1; 3)$
7	<u>Производная функции:</u>	$f'(x)$	$f'(x) = 4x^3 - 20x$
8	<u>Критические точки:</u>	$f'(x) = 0$	$4x^3 - 20x = 0$ $4x(x^2 - 5) = 0$ $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \sqrt{5} \\ x_3 = -\sqrt{5} \end{cases}$
9	<u>Монотонность:</u> а) возрастание б) убывание	а) $f'(x) > 0$ б) $f'(x) < 0$	а) $f'(x) > 0$ $4x^3 - 20x > 0$ $4x(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) > 0$  $[-\sqrt{5}; 0]$ и $[\sqrt{5}; +\infty)$ – промежутки

№	Свойства функции	$y = f(x)$	<u>Пример:</u> $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ возрастания функции; б) $f'(x) < 0$ $4x^3 - 20x < 0$ $4x(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) < 0$ $f'(x)$  $(-\infty; -\sqrt{5}]$ и $[0; \sqrt{5}]$ – промежутки убывания функции;
10	<u>Экстремумы:</u> а) максимумы б) минимумы	а) $(x_{\max}; f_{\max})$ б) $(x_{\min}; f_{\min})$	$f'(x)$  $x_{\max} = 0; f_{\max} = f(0) = 9$ $x_{\min} = \sqrt{5}; f_{\min} = f(\sqrt{5}) = -16$ $x_{\min} = -\sqrt{5}; f_{\min} = f(-\sqrt{5}) = -16$
11	<u>Точки перегиба функции:</u>	Вторая производная: $f''(x); f''(x) = 0$	$f''(x) = (4x^3 - 20x)' = 12x^2 - 20$ $12x^2 - 20 = 0$ $x_1 = \sqrt{\frac{5}{3}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ $f\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^4 - 10\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 + 9 = -\frac{44}{9}$ $f\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = \left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^4 - 10\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 + 9 = -\frac{44}{9}$
12	<u>Выпуклость и вогнутость:</u>	$f''(x) > 0$ – выпуклость вниз $f''(x) < 0$ – выпуклость вверх	$12x^2 - 20 > 0$ $12x^2 - 20 < 0$ $\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) > 0$ $\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) < 0$ 
13	<u>Построение графика:</u>		